

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

направленность (профиль):

«Системное программирование и компьютерные технологии»

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки – 2025

Карачаевск – 2025

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчуев А.М.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, направленность (профиль): «**Системное программирование и компьютерные технологии**», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 28 апреля 2025г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля):.....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	6
5.2. Тематика лабораторных занятий	8
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	9
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	11
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций.....	11
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания.....	12
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	12
7.3.1. Перечень вопросов для зачета	12
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций.....	13
7.3.3. Оценочные материалы. Типовые расчеты. Варианты контрольных работ	13
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	16
8.1. Основная литература.....	16
8.2. Дополнительная литература	16
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	16
9.1. Общесистемные требования.....	16
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	17
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	17
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	18
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья	18
11. Лист регистрации изменений	19

1. Наименование дисциплины (модуля):

Дополнительные главы теории функций

Целью изучения дисциплины является:

- теоретическое и практическое освоение обучающимися дополнительных глав теории функций, необходимых для понимания её роли в профессиональной деятельности;
- обеспечение качественной подготовки бакалавров на основе применения методов обучения, характерных для дополнительных глав теории функций;
- формирования математической культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- освоение математических понятий и методов дополнительных глав теории функций, применяемых в решении профессиональных задач.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения и навыки решать различные задачи дополнительных глав теории функций;
- получить необходимые знания из области теории функций для дальнейшего самостоятельного освоения научной информации;
- получить представление о применении задачи дополнительных глав теории функций;
- освоение компетенций данной дисциплины.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дополнительные главы теории функций» относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к части, формируемой участниками образовательных отношений Б1.

Дисциплина (модуль) изучается на 4 курсе в 8 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПВО	
Индекс	Б1.В.ДВ.07.02
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Учебная дисциплина «Дополнительные главы теории функций» опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам: «Математический анализ I-III», «Алгебра и геометрия», «Комплексный анализ», «Действительный анализ» в объёме вузовской программы бакалавриата.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Изучение дисциплины «Дополнительные главы теории функций» необходимо для успешного освоения дисциплин формирующих компетенции ПК-1, ПК-2, а также для прохождения определенных видов практик.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Дополнительные главы теории функций» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
-----------------	--	--

ПК-1	Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часов.

Объем дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	144		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			
Аудиторная работа (всего):	52		
в том числе:			
лекции			
семинары, практические занятия	26		
практикумы			
лабораторные работы	26		
Внеаудиторная работа:			
консультация перед экзаменом			
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные			

работы и др.			
Самостоятельная работа обучающихся	92		
Контроль			
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен)	Зачет		

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)
Очная форма обучения

№ п/п	Курс /семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
			144	Лек.	Пр.	Лаб.	
	4/8	Раздел 1. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной и их приложения	50		10	10	30
1.		Формула Тейлора для многочлена. Разложение произвольной функции. Частные случаи формулы Тейлора. Другие формы дополнительного члена. Приближенные формулы.					6
2.		Формула Тейлора для многочлена. Разложение произвольной функции. Примеры.			2		
3.		Приложения формул Тейлора и Маклорена. Примеры.				2	
4.		Производная неявной функции. Производная функции заданной параметрически. Касательная и нормаль к плоской кривой.					
5.		Угол между кривыми. Векторная функция скалярного аргумента. Свойства и характеристики.					4
6.		Производная неявной функции. Производная функции заданной параметрически. Примеры и задачи.			2		
7.		Касательная и нормаль к плоской кривой. Угол между кривыми.				2	
8.		Приближенные вычисления. Численное решение уравнений. Постановка задачи. Метод деления пополам. Метод итераций. Метод хорд. Метод касательных.					4

9.		Приближенные вычисления. Численное решение уравнений. Метод деления пополам. Метод итераций. Метод хорд. Метод касательных. Решение задач.			2		
10.		Приближенные вычисления. Численное решение уравнений. Метод деления пополам. Метод итераций. Метод хорд. Метод касательных. Решение задач.				2	
11.		Кривизна плоской кривой.					2
12.		Квадрируемые функции и их площадь. Площадь плоской фигуры в декартовой системе координат. Площадь плоской фигуры в полярных координатах.					6
13.		Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольных координатах.			2		
14.		Вычисление площади криволинейного сектора в полярной системе координат. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной параметрически заданной функцией.				2	
15.		Приближенное вычисление определенных интегралов.					4
16.		Кубируемые тела и их объемы. Объем тела.					
17.		Объем тела по площадям его параллельных сечений. Вычисление объема тела вращения.			2		
18.		Вычисление длины дуги кривой. Вычисление площади поверхности тела вращения.					4
19.		Понятия статических моментов, моментов инерции и центра тяжести масс. Физические задачи.				2	
		Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных и их приложения	80		14	14	52
20.		Неявные функции. Производные неявных функций. Неявные функции нескольких переменных определяемые системой уравнений.					6
21.		Неявные функции. Производные неявных функций.			2		
22.		Приложения дифференциального исчисления. Поверхности и линии уровня. Градиент функции. Производная по направлению. Вычисление.				2	
23.		Касательная плоскость и нормаль к поверхности.					4
24.		Формула Тейлора функции нескольких переменных.					4
25.		Двойной интеграл и его приложения.					4
26.		Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади посредством двойного интеграла.			2		
27.		Вычисление объема тела. Масса, центр тяжести. Вычисление.				2	
28.		Тройной интеграл. Свойства, вычисление. Вычисление величин посредством тройного интеграла.					6
29.		Приложения тройного интеграла. Примеры.					4

30.		Криволинейный интеграл 1-го рода. Свойства. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода. Условие независимости вычисления криволинейного интеграла 1-го рода от пути интегрирования.					6
31.		Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода. Примеры.			2		
32.		Криволинейный интеграл 2-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Примеры.				2	
33.		Применение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Примеры.					6
34.		Нахождение функции по ее полному дифференциалу.					4
35.		Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 1-го рода. Его сведение к двойному. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода, сведением его к двойному.			2		
36.		Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 1-го рода. Его сведение к двойному. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода, сведением его к двойному.				2	
37.		Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 2-го рода. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода, сведением его к двойному.			2		
38.		Вычисление величин посредством поверхностных интегралов. Приложения поверхностных интегралов.				2	
39.		Приложения поверхностных интегралов.					4
40.		Векторный анализ. Векторные линии. Уравнения векторных линий.			2		
41.		Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля.				2	
42.		Теорема Остроградского-Гаусса. Примеры.					4
43.		Ротор векторного поля. Теорема Стокса. Примеры.			2		
44.		Потенциальное векторное поле. Решение задач.				2	
		Раздел 4. Ряды Фурье и их приложения	14		2	2	10
45.		Задача разложения в тригонометрический ряд. Ряды Фурье. Коэффициенты ряда Фурье.					4
46.		Ряды Фурье для четных и нечетных функций.					2
47.		Разложение в тригонометрический ряд. Коэффициенты ряда Фурье. Вычисление.			2		
48.		Комплексная форма ряда Фурье. Примеры.					4
49.		Разложение в ряд Фурье на произвольном промежутке. Вычисление.				2	
		ИТОГО:	144		26	26	92

5.2. Тематика лабораторных занятий

1. Приложения формул Тейлора и Маклорена. Примеры.
2. Касательная и нормаль к плоской кривой. Угол между кривыми.

3. Приближенные вычисления. Численное решение уравнений. Метод деления пополам. Метод итераций. Метод хорд. Метод касательных. Решение задач.
4. Вычисление площади криволинейного сектора в полярной системе координат. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной параметрически заданной функцией.
5. Понятия статических моментов, моментов инерции и центра тяжести масс. Физические задачи.
6. Приложения дифференциального исчисления. Поверхности и линии уровня. Градиент функции. Производная по направлению. Вычисление.
7. Вычисление объема тела. Масса, центр тяжести. Вычисление.
8. Криволинейный интеграл 2-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Примеры.
9. Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 1-го рода. Его сведение к двойному. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода, сведением его к двойному.
10. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов. Приложения поверхностных интегралов.
11. Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля.
12. Потенциальное векторное поле. Решение задач.
13. Разложение в ряд Фурье на произвольном промежутке. Вычисление.

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лабораторные работы и практические занятия. Дисциплины, по которым планируются лабораторные работы и практические занятия, определяются учебными планами. Лабораторные работы и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом лабораторных работ и практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Лабораторная работа — это форма организации учебного процесса, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя самостоятельно проводят опыты, измерения, элементарные исследования на основе специально разработанных заданий. Лабораторная работа как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Необходимыми структурными элементами лабораторной работы, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения лабораторной работы. Дидактические цели лабораторных занятий:

- формирование умений решать практические задачи путем постановки опыта;
- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений, экспериментальная проверка формул, расчетов;
- наблюдение и изучения явлений и процессов, поиск закономерностей;

- изучение устройства и работы приборов, аппаратов, другого оборудования, их испытание;
- экспериментальная проверка расчетов, формул.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

Семинар - форма обучения, имеющая цель углубить и систематизировать изучение наиболее важных и типичных для будущей профессиональной деятельности обучаемых тем и разделов учебной дисциплины. Семинар - метод обучения анализу теоретических и практических проблем, это коллективный поиск путей решений специально созданных проблемных ситуаций. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению и дискуссии. Семинар - активный метод обучения, в применении которого должна преобладать продуктивная деятельность студентов. Он должен развивать и закреплять у студентов навыки самостоятельной работы, умения составлять планы теоретических докладов, их тезисы, готовить развернутые сообщения и выступать с ними перед аудиторией, участвовать в дискуссии и обсуждении.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать

их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
ПК-1: Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. В полном объеме знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности	ПК-1.1. В целом знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности	ПК-1.1. Фрагментарно знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2. В полном объеме умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2. В целом умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2. Фрагментарно умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий
	ПК-1.3. В полном объеме владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. В целом владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. Фрагментарно владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации
ПК-2: Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. В полном объеме знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. В целом знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. Фрагментарно знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы
	ПК-2.2. В полном объеме умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. В целом умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. Фрагментарно умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач
	ПК-2.3. В полном объеме владеет навыками	ПК-2.3. Владеет навыками использования	ПК-2.3. В целом владеет навыками использования	ПК-2.3. Фрагментарно владеет навыками

	использования математического аппарата при решении прикладных задач	математического аппарата при решении прикладных задач	математического аппарата при решении прикладных задач	использования математического аппарата при решении прикладных задач
--	---	--	--	---

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для зачета

1. Формула Тейлора для многочлена. Разложение произвольной функции. Примеры.
2. Приложения формул Тейлора и Маклорена.
3. Производная функции заданной параметрически. Касательная и нормаль к плоской кривой.
4. Угол между кривыми. Формула, свойства, примеры.
5. Векторная функция скалярного аргумента. Свойства и характеристики. Касательная и нормаль к плоской кривой. Свойства, примеры.
6. Приближенные вычисления. Численное решение уравнений. Постановка задачи.
7. Метод деления пополам. Метод итераций. Примеры.
8. Метод хорд. Метод касательных.
9. Кривизна плоской кривой. Примеры.
10. Квадрируемые функции и их площадь. Площадь плоской фигуры в декартовой системе координат. Примеры.
11. Площадь плоской фигуры в полярных координатах. Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольных координатах.
12. Вычисление площади криволинейного сектора в полярной системе координат. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной параметрически заданной функцией. Примеры.
13. Объем тела по площадям его параллельных сечений. Вычисление объема тела вращения. Примеры.
14. Вычисление длины дуги кривой. Примеры.
15. Вычисление площади поверхности тела вращения. Примеры.
16. Понятия статических моментов, моментов инерции и центра тяжести масс. Физические задачи. Примеры.
17. Приложения дифференциального исчисления. Градиент функции. Производная по направлению.
18. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
19. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади посредством двойного интеграла.
20. Вычисление объема тела. Масса, центр тяжести. Вычисление.
21. Тройной интеграл. Свойства, вычисление. Вычисление величин посредством тройного интеграла.
22. Приложения тройного интеграла. Примеры.
23. Криволинейный интеграл 1-го рода. Свойства. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.

24. Криволинейный интеграл 2-го рода. Свойства. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Примеры.
25. Применение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Примеры.
26. Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 1-го рода. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода, сведением его к двойному.
27. Поверхностные интегралы. Свойства. Поверхностный интеграл 2-го рода. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода, сведением его к двойному.
28. Приложения поверхностных интегралов. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов.
1. Векторный анализ. Векторные линии. Уравнения векторных линий.
2. Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля. Теорема Остроградского-Гаусса. Примеры.
3. Ротор векторного поля. Теорема Стокса. Потенциальное векторное поле. Примеры.
4. Задача разложения в тригонометрический ряд. Ряды Фурье. Коэффициенты ряда Фурье.
5. Разложение в ряд Фурье на произвольном промежутке. Вычисление.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Типовые расчеты. Варианты контрольных работ

1. Определите вид линий уровня скалярного поля $u = xy$.
2. Определите вид поверхностей уровня скалярного поля $u = x^2 + y^2 - z$.
3. Найдите векторные линии поля $\vec{a} = y\vec{i} + \vec{j}$.
4. Найдите производную от поля $u = x^2 + \frac{y^2}{2}$ в точке $P_0(2, -1)$ по направлению вектора $\vec{P_0P_1}$, где $P_1(6, 2)$.
5. Найдите производную скалярного поля $u = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ в точке $P(a, b, c)$ по направлению этой точки.
6. Найдите угол между градиентами поля $u = x^2 + 2y^2 - z$ в точках $P_0(2, 3, -1)$ и $P_2(1, -1, 2)$.
7. Найдите скорость и направление наискорейшего возрастания поля $u = xyz$ в точке $P(1, -2, 2)$.
8. Вычислите линейный интеграл 2 рода $\int_{OB} (\vec{a} \cdot d\vec{r})$, если $\vec{a} = y^2\vec{i} + x^2\vec{j}$, $O(0,0)$, $B(1,1)$ по следующим путям:
 - а) отрезок прямой OB , б) дуга параболы $y = x^2$, в) дуга параболы $x = y^2$, г) ломаная OAB где $A(1,0)$, д) ломаная OCB где $C(0,1)$.
9. Вычислите линейный интеграл 2 рода $\int_{OB} (\vec{a} \cdot d\vec{r})$, если $\vec{a} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$. OB – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$; $y = a \sin t$; $z = ht$; $(0 \leq t \leq 2\pi)$.

10. Используя формулу Грина, вычислите интеграл $\oint_{x^2+y^2=r^2} x^2 y dx - xy^2 dy$.
11. Используя формулу Грина, вычислите интеграл $\oint_C (x+y)^2 dx - (x^2+y^2) dy$, где C – треугольник с вершинами в точках $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$.
12. Вычислите поверхностный интеграл 2 рода $\iint_S \frac{dx dy}{z}$, если S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.
13. Вычислите поверхностный интеграл 2 рода $\iint_S x^2 dy dz$, если S – внешняя сторона части поверхности параболоида $z = \frac{H}{R^2}(x^2 + y^2)$, $x \geq 0, y \geq 0, z \leq H$.
14. Найдите $\operatorname{div} \left(xy \vec{i} + yz \vec{j} + zx \vec{k} \right)$.
15. Магнитное поле, создаваемое электрическим полем током силы I , текущим по бесконечному проводу, определяется формулой $\vec{H}(P) = \vec{H}(x, y) = 2I \frac{-y \vec{i} + x \vec{j}}{x^2 + y^2}$.
Вычислите $\operatorname{div} \vec{H}(P)$.
16. Найдите поток вектора $\vec{a} = 2x \vec{i} - y \vec{j}$ через часть поверхности цилиндра $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z \leq H$ в направлении внешней нормали.
17. Найдите поток вектора $\vec{a} = x^2 \vec{i} - y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$, через часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z$, в направлении внешней нормали.
18. Найдите поток вектора $\vec{a} = x^3 \vec{i} - y^3 \vec{j} - z^3 \vec{k}$ через всю поверхность куба $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$ в направлении внешней нормали.
19. По теореме Остроградского-Гаусса найдите поток вектора $\vec{a} = x^2 y \vec{i} - xy^2 \vec{j} + xyz \vec{k}$ через всю поверхность тела $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ в направлении внешней нормали.
20. Найдите поток вектора $\vec{a} = x^2 y \vec{i} - xy^2 \vec{j} + (x^2 + y^2) z \vec{k}$ через всю поверхность тела $x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq H$, в направлении внешней нормали.
21. Найдите $\operatorname{rot} xyz \left(x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \right)$.
22. Найдите ротор поля $\begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ a & c \end{bmatrix}$, если $\vec{a} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} - x^2 \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
23. По теореме Стокса найдите циркуляцию вектора $\vec{a} = z^2 \vec{i} - x^2 \vec{j} + y^2 \vec{k}$ по сечению сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ плоскостью $x + y + z = R$ в положительном направлении орта \vec{k} .

24. Найдите $\text{grad div } \vec{a}$, если $\vec{a} = x^3 \vec{i} - y^3 \vec{j} + z^3 \vec{k}$.

25. Найдите $\text{rot rot } \vec{a}$, если $\vec{a} = xy^2 \vec{i} - yz^2 \vec{j} + zx^2 \vec{k}$.

26. В разложении в ряд Фурье функции $f(x) = \begin{cases} -2; & -\pi < x < 0 \\ 3; & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, на интервале $(-\pi, \pi)$

найти коэффициент a_0 .

27. Разложить в ряды Фурье функцию $f(x)$, заданную на интервале $(0; \pi)$, предварительно доопределив ее на интервале $(-\pi; 0)$ тремя разными способами: 1) положив $f(x) = 0$, если $x \in (-\pi; 0)$; 2) продолжив таким образом, чтобы вновь полученная функция была четной; 3) продолжив ее таким образом, чтобы вновь полученная функция была нечетной. Во всех трех случаях построить графики полученной в результате доопределения функции и суммы ее ряда Фурье.

$$f(x) = x - 1.$$

28. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2l$, заданную на указанном интервале длины $2l$.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad l = 1.$$

29. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2l$, заданную графически на промежутке длиной $2l$.

Варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант № 0

1. Отделить действительные корни следующего уравнения $x^2 - \cos x = 0$.
2. Найти кривизну кривой: $x = t^2$, $y = 2t^3$ в точке, где $t = 1$.
3. Найти объем, общий двум цилиндрам: $x^2 + y^2 = a^2$ и $y^2 + z^2 = a^2$ (ограниченный данными цилиндрическими поверхностями).
4. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 2px$, $x = a$ вокруг оси Ox .

Контрольная работа №2

Вариант № 0

1. Найти $J = \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$ по окружности $L: x^2 + y^2 = ax$.
2. Вычислить $J = \oint_C (x + y)dx + (x - y)dy$, где C – контур эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, пробегаемый против часовой стрелки.
3. Найти координаты центра масс винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = at$ при $t \in [0, 4\pi]$ и для $\rho(x, y, z) = x^2$.
4. Вычислить $\iint_S z dx dy$, где S – нижняя сторона части конической поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, где $0 \leq z \leq h$.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература

1. Ахтамова, С. С. Математический анализ. Теория функций многих переменных : учебное пособие / С. С. Ахтамова, Е.К. Лейнартас, А.П. Ляпин. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2021. - 60 с. - ISBN 978-5-7638-4473-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816533> – Режим доступа: по подписке.
2. Жукова, Г. С. Математический анализ. Том 2 : учебник / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло ; под ред. Г.С. Жуковой. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 518 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072172. - ISBN 978-5-16-019221-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2098502> – Режим доступа: по подписке.
3. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Кудрявцев Л.Д., - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с.: ISBN 5-9221-0185-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944781>
4. «Лелонд, О. В. Дополнительные главы анализа : учебное пособие / О. В. Лелонд. — Тольятти : ТГУ, 2022. — 107 с. — ISBN 978-5-8259-1072-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/264122> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

8.2. Дополнительная литература

1. Жукова, Г. С. Математический анализ в примерах и задачах : учебное пособие : в 2 частях. Часть 2 / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 544 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072162. - ISBN 978-5-16-015965-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1864099> - Режим доступа: по подписке.
2. Корчагина, Е. В. Математический анализ : часть II : практикум / Е. В. Корчагина, С. В. Белокуров, Н. А. Андреева. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 244 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086198>
3. Гармаев, В. Д. Функции многих переменных : учебное пособие / В. Д. Гармаев, С. Г. Баргуев. — Улан-Удэ : ВСГУТУ, 2011. — 84 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/333047> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее

использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: https://znanium.com	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО